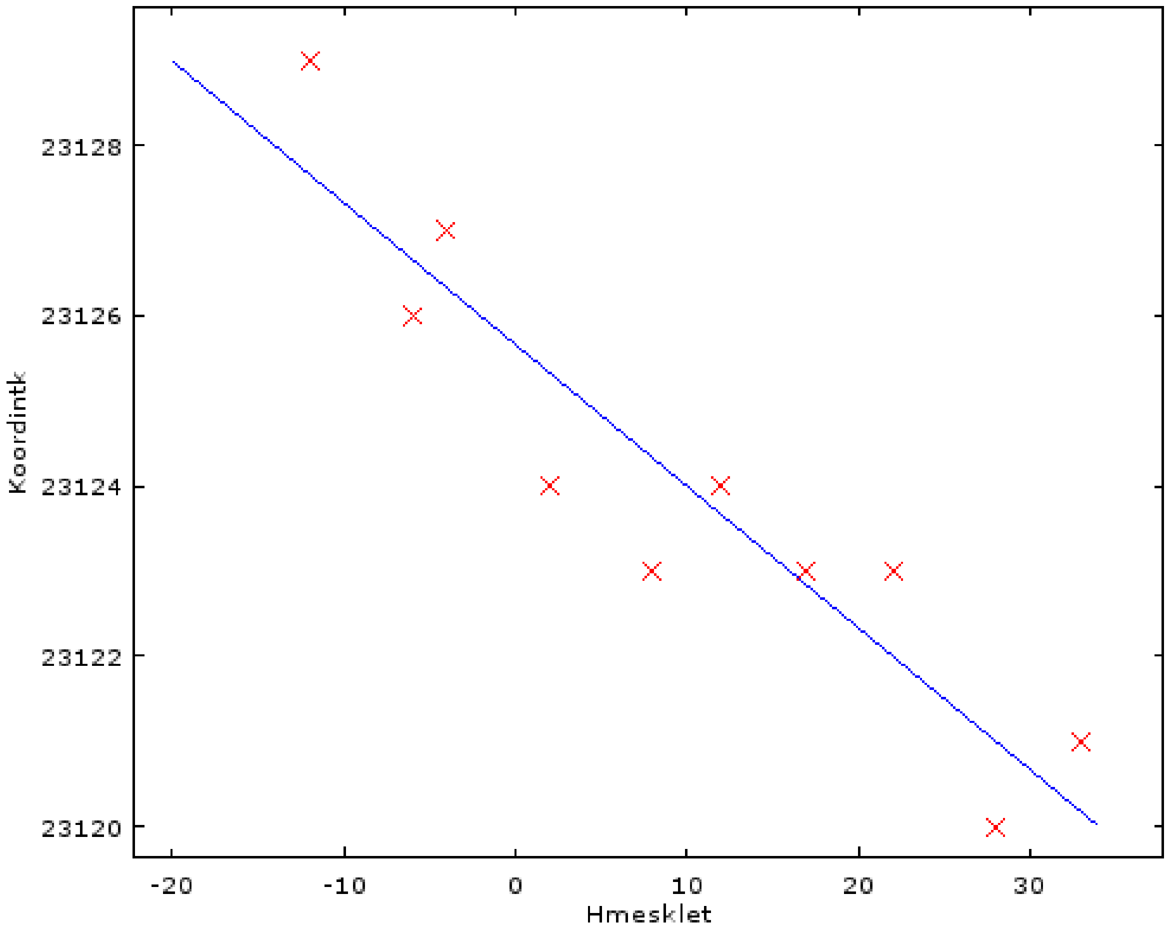
Tóth Z.

Mérnökgeodéziai szakszeminárium II.

Regresszió számítás

Regressziós egyenes



Regressziós egyenes

- mért abszcissza-ordináta párok: x_i és y_i, ebből az általában az abszcissza ismertnek („hibátlannak”) tekinthető (pl. időpont), az ordináta pedig a mérési eredmény.

- regressziós egyenes egyenlete: $y_i + v_i = mx_i + c$

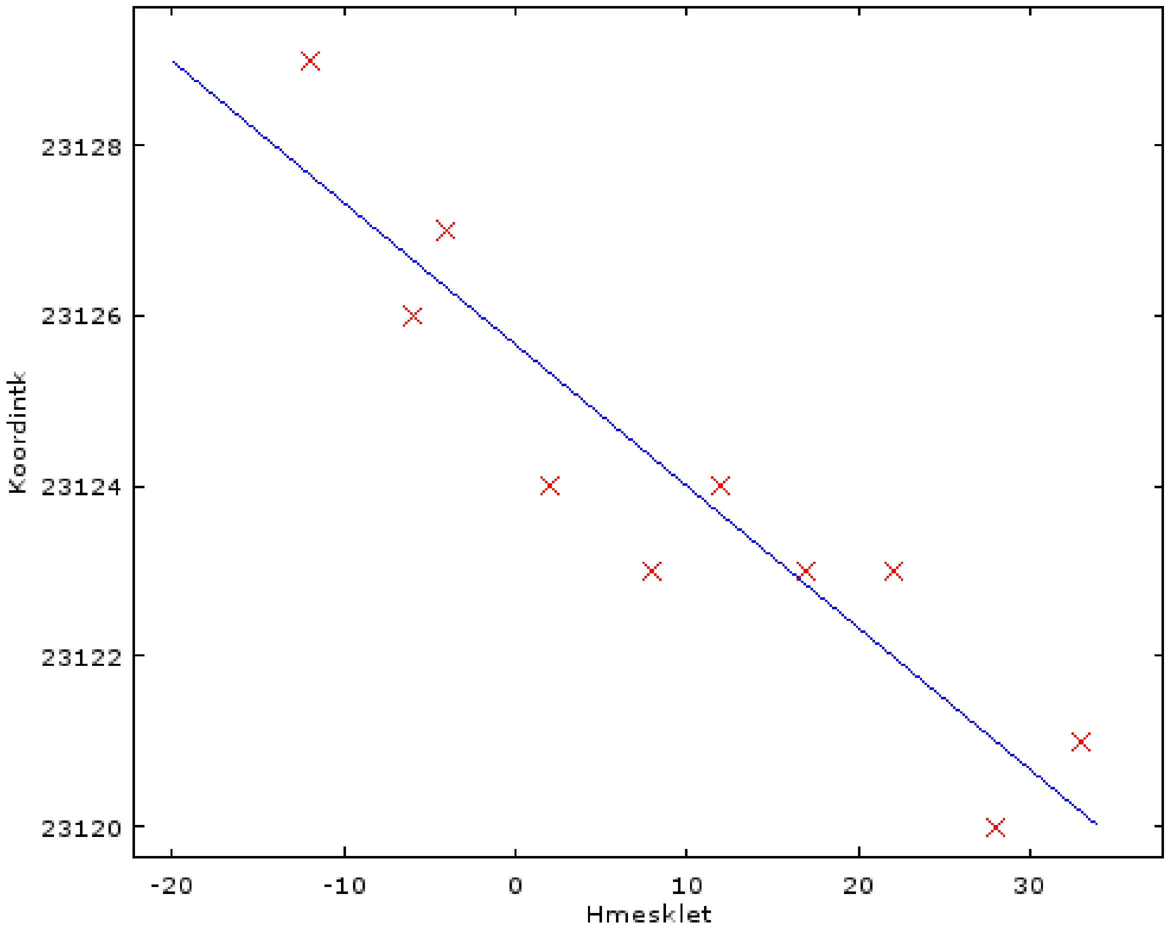
  (közvetítő egyenlet, mérések y_i, paraméterek *m* és *c*)

- parciális deriváltak az alakmátrix számára: $\frac{\partial y_i}{\partial m} = x_i$ és $\frac{\partial y_i}{\partial c} = 1$

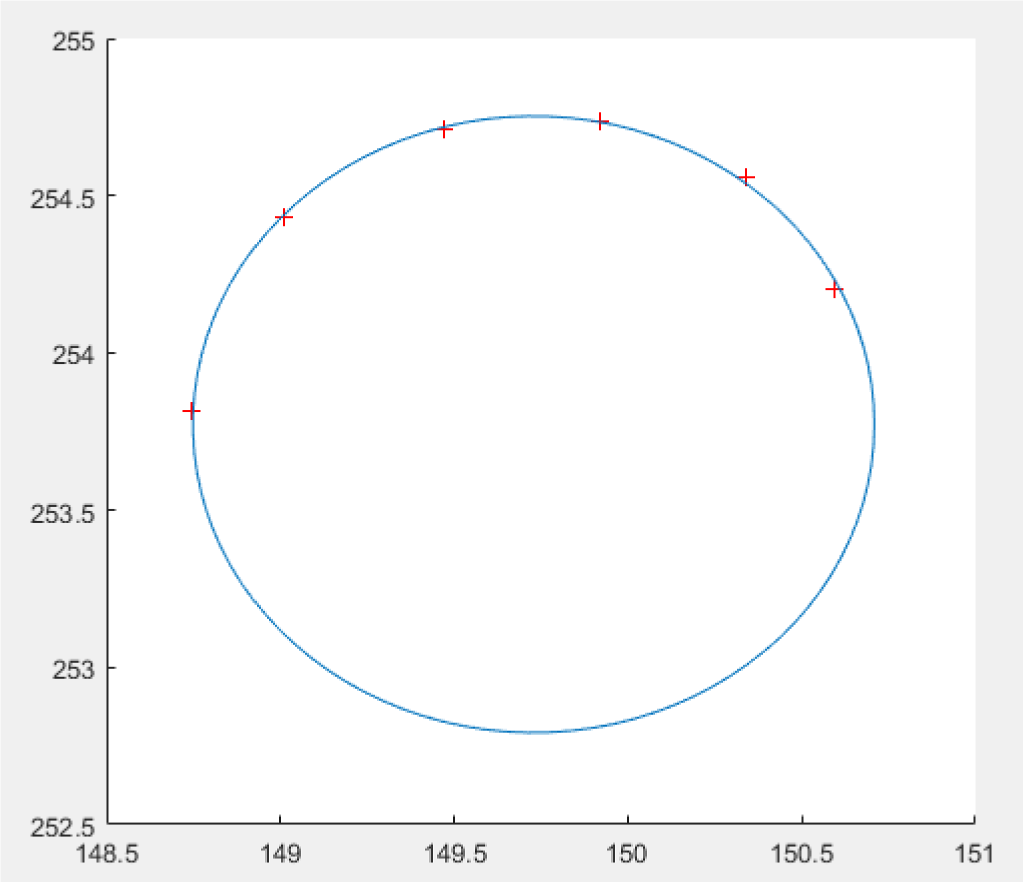
alakmátrix: $A = \begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ & \vdots \\ x_n & 1 \end{bmatrix}$ paraméterverktor: $x = \begin{bmatrix} m \\ c \end{bmatrix}$ tisztatag vektor: $l = \begin{bmatrix} -y_1 \\ -y_2 \\ \vdots \\ -y_n \end{bmatrix}$

```
clear all; clc;
%mérési eredmények
X=[768.022 720.044 672.004 576.007 384.029 383.993 336.014 287.975 191.977
192.015 144.041 95.997 96.017 48.039 47.978];
Y=[-0.31 -0.34 -0.37 -0.43 -0.54 -0.54 -0.57 -0.6 -0.66 -0.66 -0.69 -0.72 -0.72
-0.75 -0.75 ];
%darabszám
db=length(X);
%alakmátrix
A=[X',ones(db,1)];
%tisztatag
l=Y'
% egyenes egyenlete: y=mx+b
%paraméterek

x=(pinv(A'*A))*A'*l;
%kirajzolás pontok
plot(X,Y,'rx'), hold on
%kirajzolás egyenes
plot(A(:,1),A*x,'-')
hold off
```

Regressziós egyenes



Regressziós kör



Regressziós kör

- a kör koordinátapárjai: x_i és y_i mérési eredmények; ismeretlen paraméterek előzetes értékei: r, x_0 és y_0 (sugár, középpont)
- kör egyenlete: $r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$
- A kör sugarának, r a mérések alapján becsült értéke: $r_i^2 = (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2$
- Legyen a paraméterek előzetes értéke a középpont koordináták esetén 0, míg a sugár esetén valamilyen r érték, a paraméterváltozások pedig $x = [x_0 \quad y_0 \quad dr]$.

A feladat mért értékekre így:

$$(r + dr)^2 = (x_i + v_{xi} - x_0)^2 + \left(y_i + v_{yi} - y_0\right)^2$$

Regressziós kör

- a kör koordinátapárjai: x_i és y_i mérési eredmények; ismeretlen paraméterek előzetes értékei: r, x_0 és y_0 (sugár, középpont)
- kör egyenlete: $r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$
- A kör sugarának, r a mérések alapján becsült értéke: $r_i^2 = (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2$

$$\frac{1}{2}({x_i}^2 + {y_i}^2) + rv_i = x_i x_0 + y_i y_0 - \frac{1}{2}({x_0}^2 + {y_0}^2 - r)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{2}({x_i}^2 + {y_i}^2) + rv_i = x_i x_0 + y_i y_0 + z_0$$

Regressziós kör

$$rv_i = x_i x_0 + y_i y_0 + z_0 - rv_i - \frac{1}{2}({x_i}^2 + {y_i}^2)$$

Már a szokásos $\underline{v} = \underline{\underline{A}} \cdot \underline{x} + \underline{l}$ alakú.

alakmátrix: $A = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ & \vdots & \\ x_n & y_n & 1 \end{bmatrix}$ paramétervektor: $x = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}$ tisztatag vektor: $l = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} {x_1}^2 + {y_1}^2 \\ {x_2}^2 + {y_2}^2 \\ \vdots \\ {x_n}^2 + {y_n}^2 \end{bmatrix}$

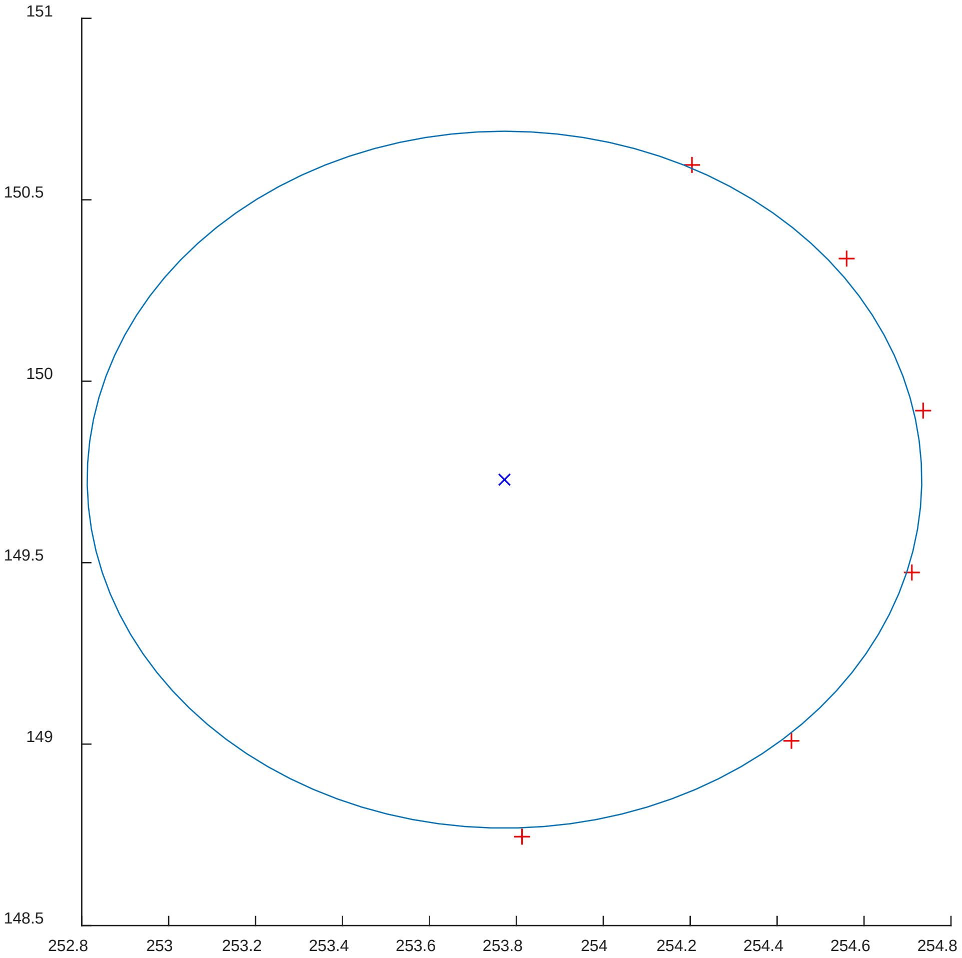
Regressziós kör

```
format long
%adatok
X = [ 254.204; 254.560; 254.736; 254.710;
254.433; 253.813];
Y = [ 150.596; 150.338; 149.919; 149.473;
149.009; 148.745 ];

%alakmátrix
A = [X Y ones(size(X))]
%súlymátrix
P=diag(ones(size(X)))
%tisztatag
l=[-0.5*(X.^2+Y.^2)];

%paraméterek változása
x=-inv(A'*P*A)*A'*P*l
```

Regressziós kör

```
%paramétrek értékei
xc = x(1)
yc = x(2)
r  = 2*x(3)+x(1)^2+x(2)^2


%%kirajzolas
t = linspace(0,2*pi,100)';
circsx = r.*sin(t) + xc;
circsy = r.*cos(t) + yc;

hold on
%pontok
plot(X,Y,'r+');
%kor
plot(xc,yc,'bx');
plot(circsx,circsy, '-');
hold off
```

Regressziós kör



Regressziós sík

- mért abszcissza-ordináta-applikáta hármas: x_i , y_i és z_i, ebből az abszcissza ordináta páros ismertnek („hibátlannak”) tekinthető (pl. falsíkon kijelölt pontok helye), az applikáta pedig a mérési eredmény.
- sík egyenlete: $Ax + By + Cz = D$

Átrendezve az egyenletet, és osztva mindkét oldalát *C*-vel: $\frac{A}{C}x + \frac{B}{C}y - \frac{D}{C} = -z$

- regressziós sík egyenlete: $z_i + v_i = -\frac{A}{C}x_i - \frac{B}{C}y_i + \frac{D}{C}$

(közvetítő egyenlet, mérések z_i, paraméterek $a = \frac{A}{C}$, $b = \frac{B}{C}$ és $d = \frac{D}{C}$)

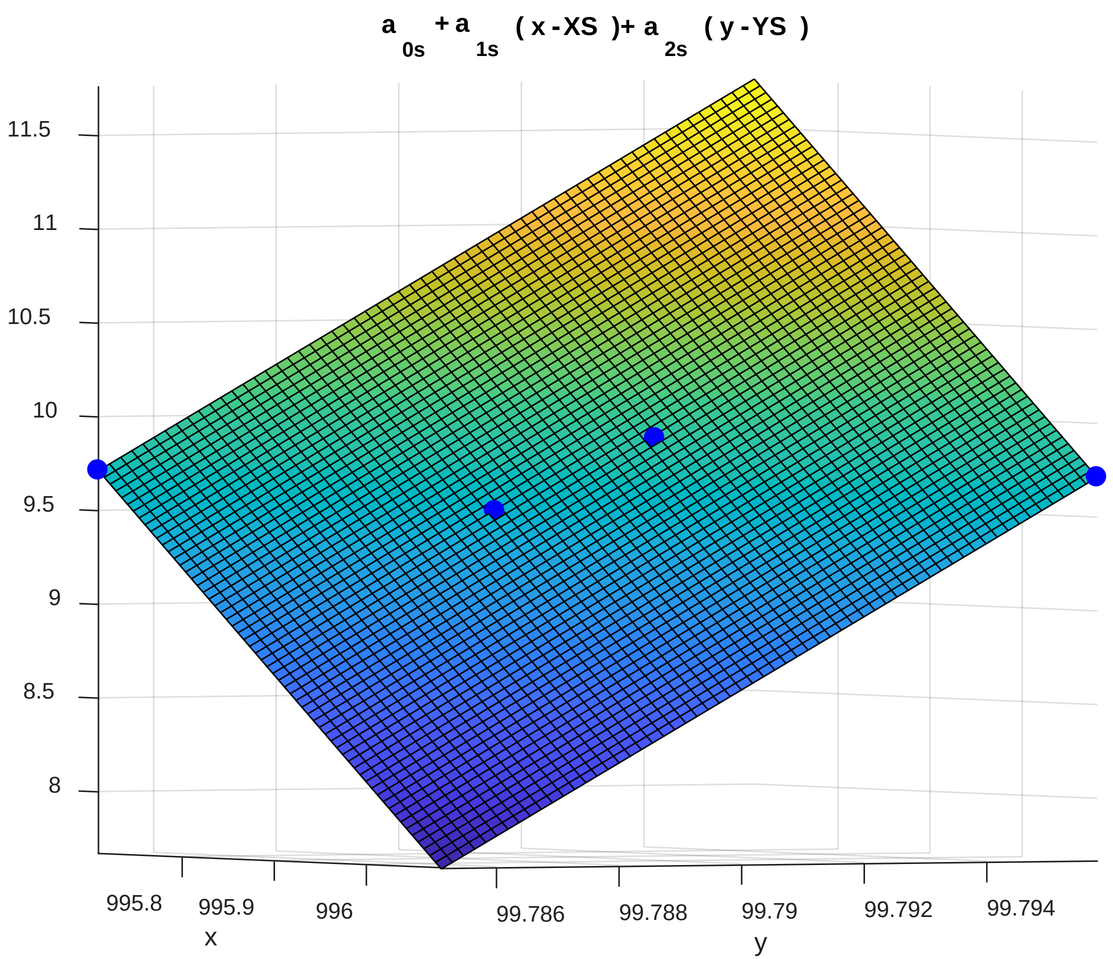
$$z_i + v_i = -\frac{A}{C}x_i - \frac{B}{C}y_i + \frac{D}{C}$$

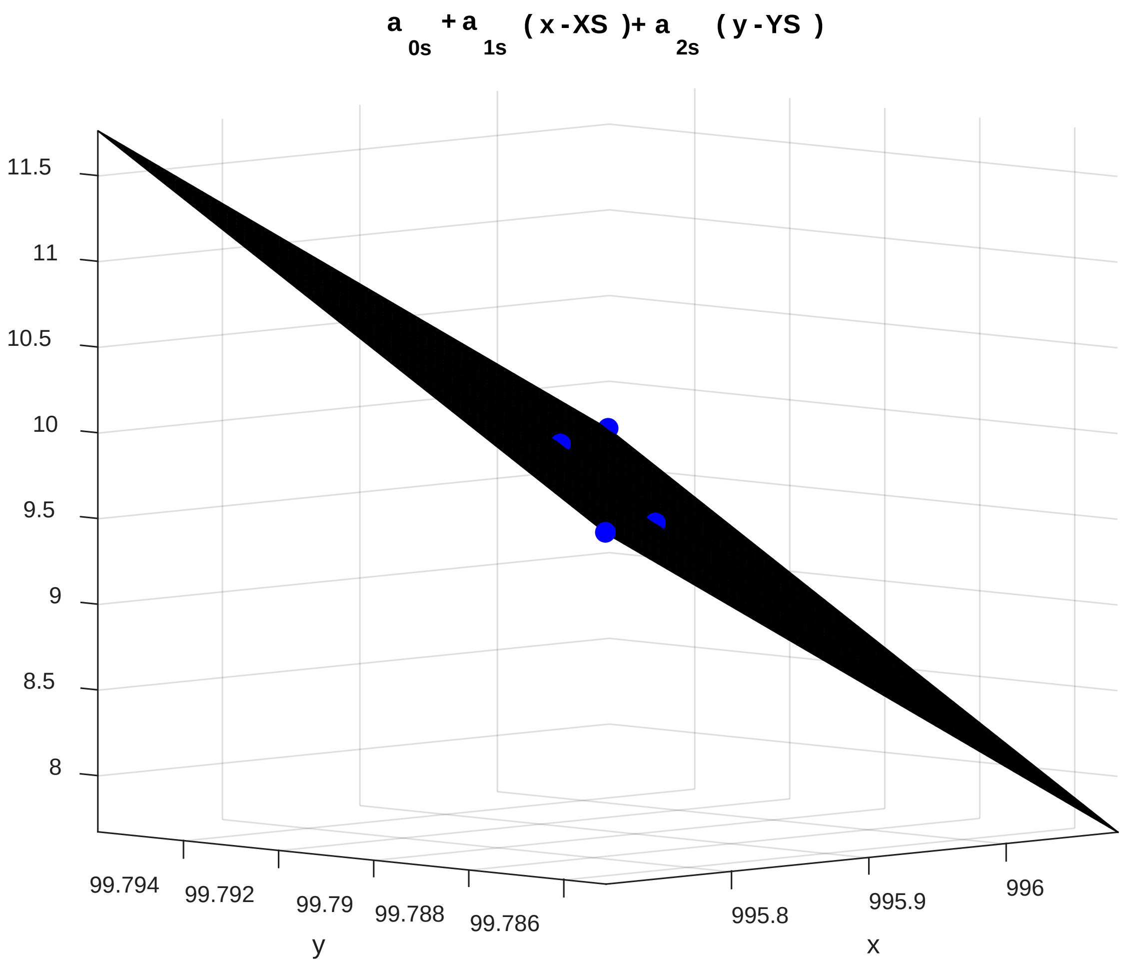
parciális deriváltak az alakmátrix számára: $\frac{\partial z_i}{\partial a} = -x_i, \frac{\partial z_i}{\partial b} = -y_i$ és $\frac{\partial z_i}{\partial d} = 1$

alakmátrix: $A = \begin{bmatrix} -x_1 & -y_1 & 1 \\ -x_2 & -y_2 & 1 \\ & \vdots & \\ -x_n & -y_n & 1 \end{bmatrix}$ paramétervektor: $x = \begin{bmatrix} a \\ b \\ d \end{bmatrix}$ tisztatag vektor: $l = \begin{bmatrix} -z_1 \\ -z_2 \\ \vdots \\ -z_n \end{bmatrix}$

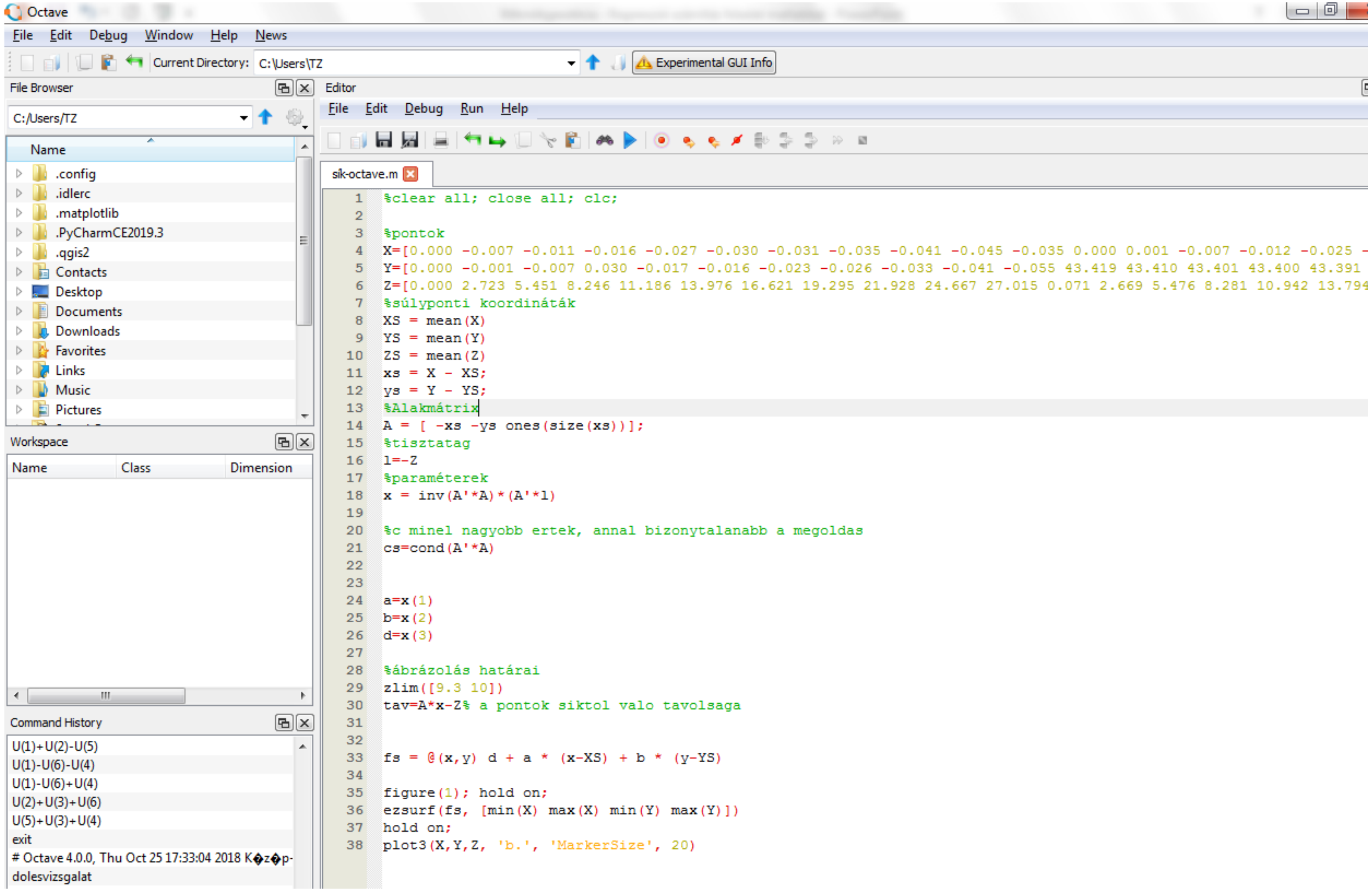
```
%clear all; close all; clc;

%pontok
X=[995.7091;995.8944;996.0814;995.8804]
Y=[99.7851;99.7914;99.7958;99.7890]
Z=[9.7145;9.9023;9.7185;9.5201]

%súlyponti koordináták
XS = mean(X)
YS = mean(Y)
ZS = mean(Z)
xs = X - XS;
ys = Y - YS;
%Alakmátrix
A = [ -xs -ys ones(size(xs))];
%tisztatag
l=-Z
%paraméterek
x = inv(A'*A)*(A'*l)
```

```
%c minel nagyobb ertek, annal
bizonytalanabb a megoldas
cs=cond(A'*A)


a=x(1)
b=x(2)
d=x(3)

%ábrázolás határai
zlim([9.3 10])
tav=A*x-Z% a pontok siktol valo tavolsaga


fs = @(x,y) -d + a * (x-XS) + b * (y-YS)

figure(1); hold on;
ezsurf(fs, [min(X) max(X) min(Y) max(Y)])
hold on;
plot3(X,Y,Z, 'b.', 'MarkerSize', 20)
```


$a_{0s} + a_{1s} (x - XS) + a_{2s} (y - YS)$
11.5
11
10.5
10
9.5
9
8.5
8
995.8
995.9
996
x
99.786
99.788
99.79
99.792
99.794
y


$a_{0s} + a_{1s} (x - XS) + a_{2s} (y - YS)$
11.5
11
10.5
10
9.5
9
8.5
8
99.794
99.792
99.79
99.788
99.786
y
995.8
995.9
996
x

Octave-ban:

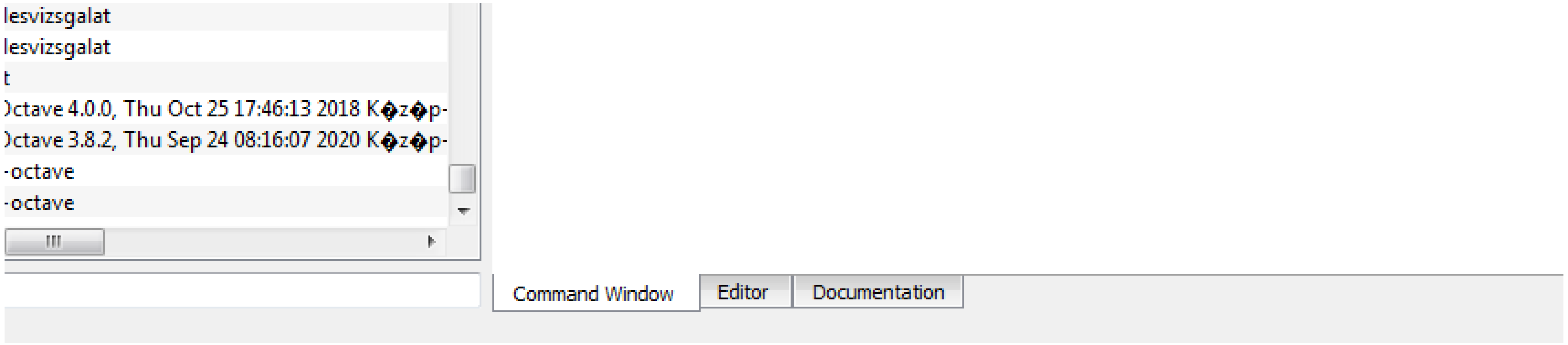


Octave
File Edit Debug Window Help News
Current Directory: C:\Users\TZ
Experimental GUI Info
File Browser
C:/Users/TZ
Name
.config
.idlerc
.matplotlib
.PyCharmCE2019.3
.qgis2
Contacts
Desktop
Documents
Downloads
Favorites
Links
Music
Pictures
Workspace
Name Class Dimension
Command History
U(1)+U(2)-U(5)
U(1)-U(6)-U(4)
U(1)-U(6)+U(4)
U(2)+U(3)+U(6)
U(5)+U(3)+U(4)
exit
Octave 4.0.0, Thu Oct 25 17:33:04 2018 K�z�p-dolesvizsgalat
Editor
File Edit Debug Run Help
sik-octave.m
%clear all; close all; clc;
%pontok
X=[0.000 -0.007 -0.011 -0.016 -0.027 -0.030 -0.031 -0.035 -0.041 -0.045 -0.035 0.000 0.001 -0.007 -0.012 -0.025 -
Y=[0.000 -0.001 -0.007 0.030 -0.017 -0.016 -0.023 -0.026 -0.033 -0.041 -0.055 43.419 43.410 43.401 43.400 43.391
Z=[0.000 2.723 5.451 8.246 11.186 13.976 16.621 19.295 21.928 24.667 27.015 0.071 2.669 5.476 8.281 10.942 13.794
%súlyponti koordináták
XS = mean(X)
YS = mean(Y)
ZS = mean(Z)
xs = X - XS;
ys = Y - YS;
%Alakmátrix
A = [-xs -ys ones(size(xs))];
%tisztatag
l=-Z
%paraméterek
x = inv(A'*A)*(A'*l)
%c minel nagyobb ertek, annal bizonytalanabb a megoldas
cs=cond(A'*A)
a=x(1)
b=x(2)
d=x(3)
%ábrázolás határai
zlim([9.3 10])
tav=A*x-Z% a pontok siktol valo tavolsaga
fs = @(x,y) d + a * (x-XS) + b * (y-YS)
figure(1); hold on;
ezsurf(fs, [min(X) max(X) min(Y) max(Y)])
hold on;
plot3(X,Y,Z, 'b.', 'MarkerSize', 20)

```
%készítette: Balogh Dávid Soma. 2021.02.15.
clear all;close all; clc;
%pontok
X=[0.000 -0.007 -0.011 -0.016 -0.027 -0.030 -0.031 -0.035 -0.041 -0.045 -0.035 0.000 0.001 -0.007 -0.012 -0.025 -0.027 -0.033 -0.043 -0.054 -0.068
-0.072];
Y=[0.000 -0.001 -0.007 0.030 -0.017 -0.016 -0.023 -0.026 -0.033 -0.041 -0.055 43.419 43.410 43.401 43.400 43.391 43.383 43.379 43.374 43.373
43.366 43.346];
Z=[0.000 2.723 5.451 8.246 11.186 13.976 16.621 19.295 21.928 24.667 27.015 0.071 2.669 5.476 8.281 10.942 13.794 16.436 19.284 21.914
24.866 27.048];
dbZ=length(Z)
n=dbZ
%súlyponti koordináták
%XS=mean(X)
%YS=mean(Y)
%ZS=mean(Z)
%ys=Y-YS;
%zs=Z-ZS;
%alakmátrix
A=[ones(dbZ,1) -Y' -Z'];
%tisztatag
l=-X'
%paraméterek
x=(-inv(A'*A))*(A'*l);
m=length(x)
%c minel nagyobb ertek, annal bizonytalanabb a megoldas
cs=cond(A'*A)
a=x(2)
b=x(3)
d=x(1)
%ábrázolás határai
xlim([-1 1])
tav=A*x-X %a pontok síktól való távolsága
fs = @(Z,Y)d-a*(Y)-b*(Z)
figure(1); hold on;
ezsurf(fs, [min(Z) max(Z) min(Y) max(Y)])
hold on;
plot3(Z,Y,X, 'b.', 'MarkerSize', 22)
f=n-m
v=A*x+l
ptn1=v'*v
ptnm2=((A'*l)'*x)+(l'*l)
m0=sqrt((v'*v)/f)%súlyegség középhiba
Mxx=m0^2*(inv(A'*A))%paraméterek kovariancia mátrix
mux=sqrt(diag(Mxx))%paraméterek középhibája
```

Octave-ban:

Command window



Fájlnév:
Egyszerű elérési út
Egyszerű név

```
>> s\303\255k-octave
error: invalid character '├' (ASCII 195) near line 1, column 3
parse error:

  syntax error

>>> s├şk-octave
     ^
```

Plot függvény lassú

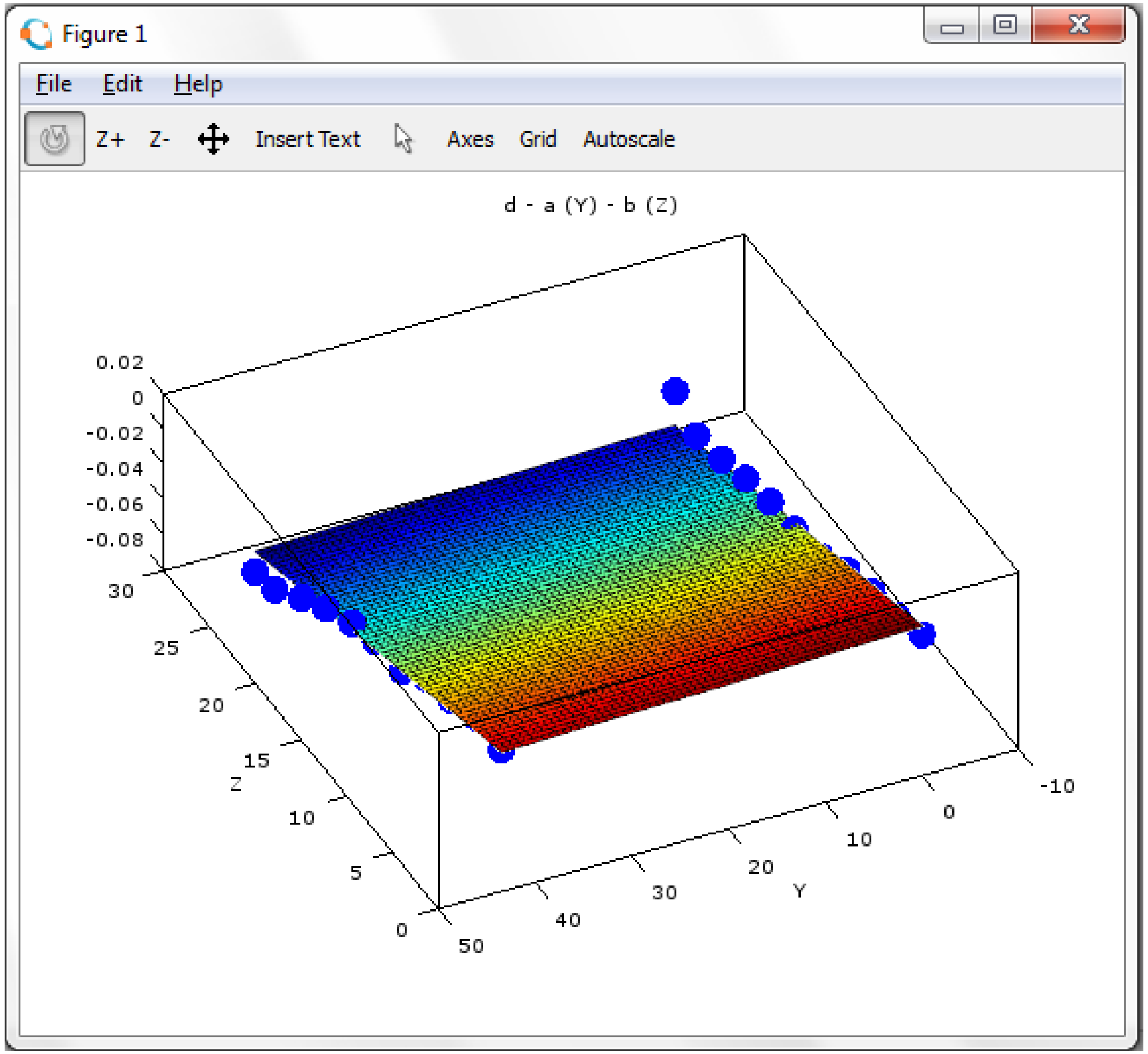
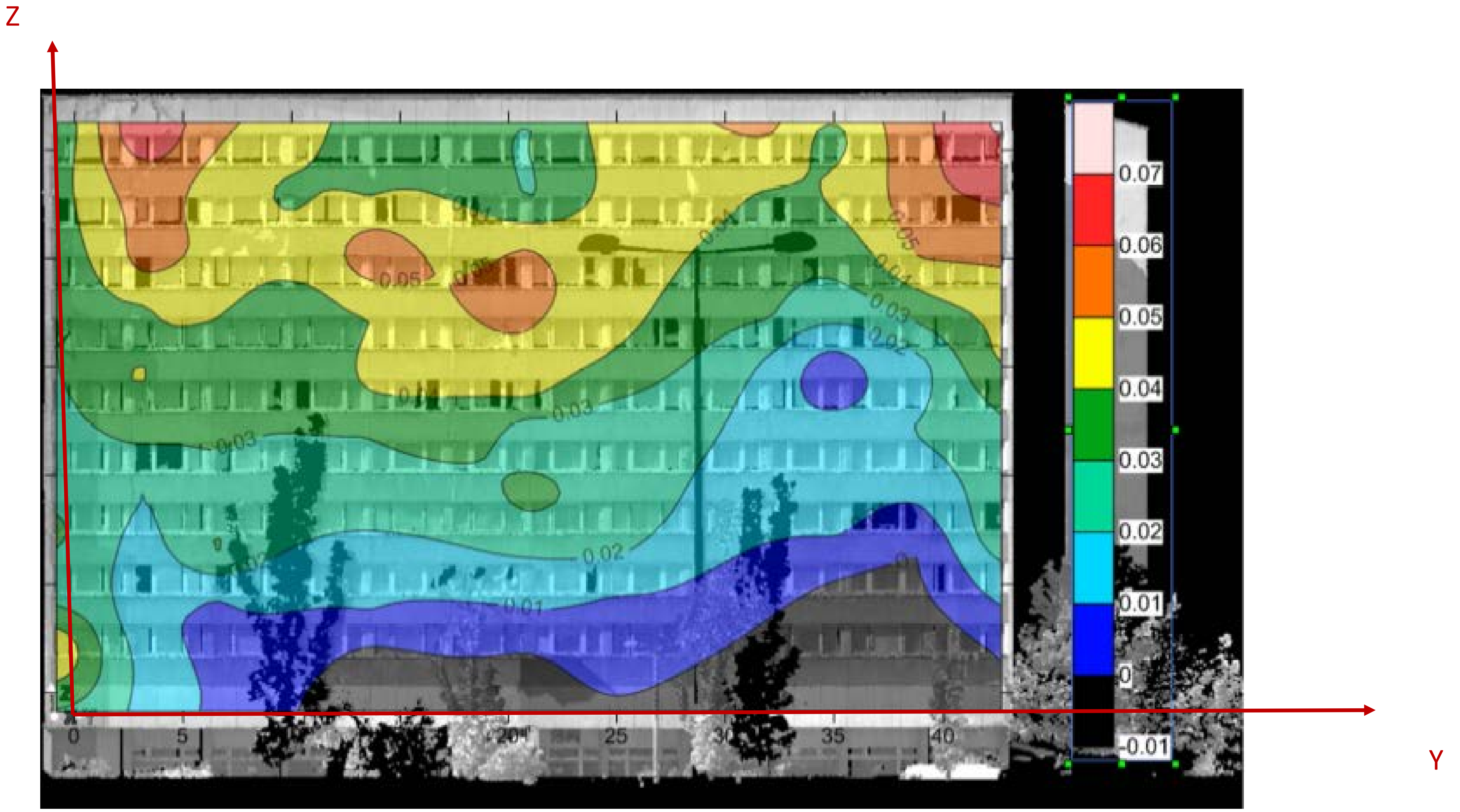


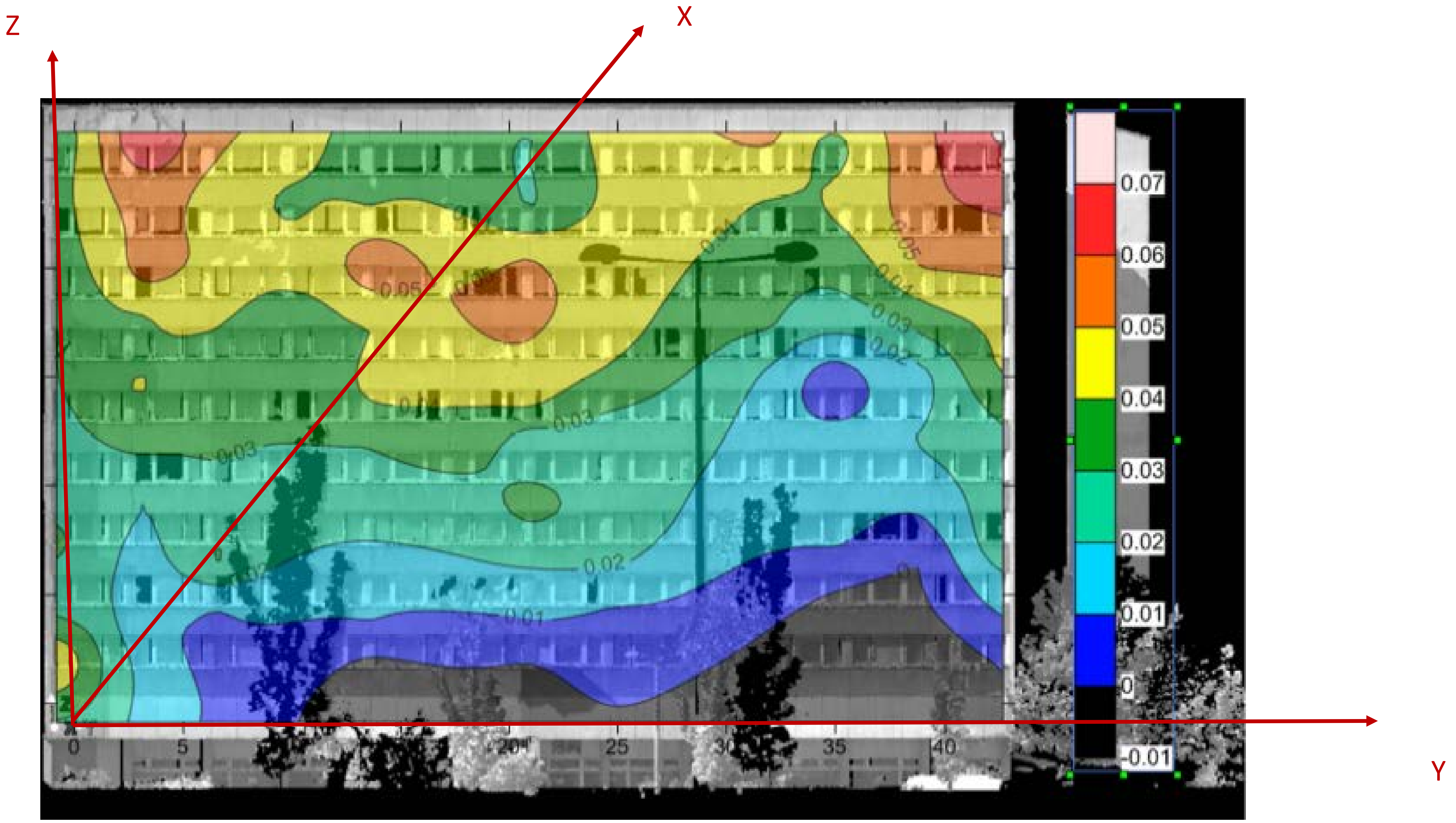
Figure 1
File Edit Help
Z+ Z- Insert Text Axes Grid Autoscale
d - a (Y) - b (Z)
0.02
0
-0.02
-0.04
-0.06
-0.08
30
25
20
15
Z
10
5
0
50
40
30
20
Y
10
0
-10

Beadandó

- 2db regressziós egyenes számítása a Lánykollégium bal-, illetve jobboldali mért vizsgálati pontsorára (Y,Z sík)

- Regressziós sík számítása a kollégiumon mért 22 db pontra (Y,Z sík X koordináta a magasság)


Z
Y
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
-0.01
0
5
25
30
35
40
0.05
0.03
0.02
0.01



Z
X
Y
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
-0.01
0
5
25
35
40

Felhasznált és ajánlott irodalom:

- Detrekői Ákos (1990): Kiegyenlítő számítások
- Csepregi Szabolcs et al.: A kiegyenlítő kör meghatározása lineáris közvetítő egyenletekke
- Földváry L.: Regressziószámítás ppt bemutató